

基于 SUNDIALS 的有源配电网随机动态仿真方法

赵金利¹, 范朕宁¹, 李 鹏¹, 原 凯², 王成山¹

(1. 智能电网教育部重点实验室(天津大学), 天津市 300072; 2. 国网北京经济技术研究院, 北京市 102209)

摘要: 随着分布式电源在配电网中的渗透率不断提高及用电需求的日益增长, 分布式电源及负荷具有的随机特性对配用电侧的安全可靠运行带来了新的挑战。为此, 文中提出了一种考虑随机扰动影响的有源配电系统动态仿真方法。首先, 根据分布式电源及负荷的随机特性, 建立了光辐照度、风速、负荷波动的随机动态模型; 其次, 基于 SUNDIALS 提出了有源配电网随机动态仿真方法; 最后, 在中低压有源配电系统算例中进行了测试和验证。该方法与确定性仿真方法相比能够反映配电系统的不确定性, 得到更真实的仿真结论。此外, 利用 SUNDIALS 与并行计算策略, 在满足了仿真数值精度的同时, 提高了仿真效率。

关键词: 随机动态仿真; 随机微分方程; SUNDIALS; 并行算法; 有源配电网

0 引言

随着可再生能源发电技术的不断成熟与发展, 大量分布式电源接入配电网, 使无源、单向的配电系统具有了有源而主动的特征^[1]。然而, 光伏、风力发电系统出力的随机性、负荷波动性以及元件参数的不确定性都成为复杂配电系统中不可忽视的随机特征, 对有源配电系统的可靠运行与分析计算带来了新的挑战^[2]。根据随机扰动的来源, 可大致分为三类^[3]: ①初始条件的随机性; ②系统参数的随机性; ③外部变量的随机激励。

随着有源配电系统内随机因素的不断增多, 系统运行过程中的随机扰动导致的仿真结果差异也愈发明显, 基于确定性配电系统稳定性建模和仿真方法在处理具有强随机特性的现代配电系统仿真时存在一定的局限性。目前, 基于随机微分方程(stochastic differential equation, SDE)的建模方法与分析手段被广泛应用到金融系统^[4]以及多个科学领域中以研究在不同随机因素影响下的系统特性^[5]。近年来, 已有部分学者将随机微分方程应用到电力系统暂态稳定性分析、规划和仿真中。文献[6]将随机扰动系统视为拟哈密顿系统, 并提出拟哈密顿系统随机平均(QHSSA)法进行暂态稳定性分析, 文献[7]则建立了考虑风电随机特性的动态经

济调度的随机优化模型。而文献[8]总结提出了电力系统随机动态分析的系统性建模方法。此外, 对于传统电力系统, 随机微分方程一方面用于发电机侧的随机扰动的模拟^[9], 同时也用于对负荷的随机特性进行建模^[10]; 对于配电系统, 文献[11-12]通过 Wiener 过程描述光辐照度和风速的随机特性并进行建模。

基于蒙特卡洛仿真的数值解法是随机微分方程最常用的求解方法, 该方法的仿真误差收敛情况与仿真次数呈正相关关系^[13]。因此, 在随机动态仿真中, 一方面需要在满足仿真精度的前提下, 减少仿真用时; 另一方面, 需要考虑系统模型刚性, 避免出现数值失稳。现阶段, 基于 PSAT 和 MatDyn 的电力系统仿真工具相继提出^[14-15], 然而在解决随机动态仿真问题时却受仿真精度与速度方面的限制。SUNDIALS(suite of nonlinear and differential/algebraic equation solvers)是一组适用于线性/非线性、微分-代数方程的求解工具集^[16], 在求解过程中, 不引入微分方程与代数方程的交接误差。目前, SUNDIALS 已大量应用在工程领域的数值计算与灵敏度分析中^[17], 文献[18]基于 SUNDIALS 实现了电子系统设计与控制的建模与分析。

本文考虑了有源配电系统中光伏及风力发电等一次能源的随机特性, 以及系统负荷的波动性, 结合蒙特卡洛仿真的特点, 提出了基于 SUNDIALS 的随机动态仿真方法。通过中低压有源配电系统算例, 并与确定性仿真方法进行比较, 该方法在体现系统随机特性的同时, 其系统随机过程的轨迹均值与

收稿日期: 2016-08-24; 修回日期: 2016-10-14。

上网日期: 2017-01-13。

国家电网公司科技项目“复杂配电网暂态过程数模混合仿真技术研究”。

确定性仿真结果拟合良好,其仿真结果则更为真实,在实际应用中易得出较合理的规划方案。

1 随机微分方程理论

随着光伏、风机等分布式电源不断接入配电系统,系统中随机因素不断增多。其中,外部变量的随机激励在动态过程中最为常见,情况也更为复杂。为解决此类问题首先介绍随机微分方程的相关概念。

1.1 随机微分方程

具有一般形式的随机微分方程可表示如下^[19]:
$$d\eta(t)=\alpha(\eta(t),t)dt+\beta(\eta(t),t)dW(t) \quad (1)$$
式中: $\eta(t)$ 为随机状态变量, $t\in[t_0,T],\eta(t_0)=\eta_0$; $\alpha(\cdot)$ 和 $\beta(\cdot)$ 为标量方程,分别表示随机微分方程的偏移量和扩散量; $W(t)$ 为标准 Wiener 过程。

由于 $W(t)$ 的不可微特性,无法写成 $dW(t)/dt$ 的形式,通常采用 Euler-Maruyama(E-M)方法求解随机微分方程:

$$\eta_{n+1}=\eta_n+\alpha(\eta_n)\Delta t+\beta(\eta_n)\Delta W_n \quad (2)$$

式中: $\Delta W_n=W(t_{n+1})-W(t_n)$,服从于正态分布 $N(0,\Delta t)$ 。

从以上表达式可知,对于确定性常微分方程,即当 $\beta(\eta_n)=0$ 时,E-M 方法为传统前向欧拉法。

1.2 无记忆转换

无记忆转换通常被用来将一个具有高斯分布特性的随机过程转换为满足其他分布特性的随机过程^[20]。对于一个高斯随机过程 $\eta(t)$,通过转换生成的函数可表示为:

$$\gamma(t)=h(\eta(t),t) \quad (3)$$

由于新生成的随机过程 $\gamma(t)$ 在任意 t 时刻的值只取决于此时刻的 $\eta(t)$,故该转换过程称为无记忆转换。由于 $\eta(t)$ 为高斯过程, $\gamma(t)$ 的数值特性由 $h(\cdot)$ 的特性决定。当 $h(\cdot)$ 为线性时, $\gamma(t)$ 仍服从高斯分布。

当 $h(\cdot)$ 为式(4)所示形式时,则随机过程 $\gamma(t)$ 的数值特性由非高斯的连续累积分布函数 $F(\cdot)$ 的特性决定。

$$\gamma(t)=h(\eta(t),t)=F^{-1}(\Phi(\eta(t),t)) \quad (4)$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为标准高斯累积分布函数。

1.3 伊藤引理

伊藤引理可称为一种随机演算过程的链式法则。针对式(1)形式的随机微分方程,伊藤引理可有效处理式(3)所示形式的函数。

随机动态过程 $\gamma(t)$ 可通过伊藤引理得到式(5)所示随机微分方程^[20]:

$$\begin{cases} d\gamma(t)=p(\gamma(t),t)dt+q(\gamma(t),t)dW(t) \\ \gamma(0)=h(\eta(0)) \end{cases} \quad (5)$$
$$\begin{cases} p(\gamma(t),t)=\frac{\partial h}{\partial t}(\eta(t),t)+\alpha(\eta(t),t) \cdot \\ \frac{\partial h}{\partial t}(\eta(t),t)+\frac{1}{2}\beta^2(\eta(t),t)\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}(\eta(t),t) \\ q(\gamma(t),t)=\beta(\eta(t),t)+\frac{\partial h}{\partial t}(\eta(t),t) \end{cases} \quad (6)$$

在有源配电系统中,光伏、风力发电系统的出力随着光辐照度、温度、风速等波动而变化,其中双参数的 Weibull 分布适用于表征风速的随机波动^[21]。通过无记忆转换选取适合的 $h(\cdot)$,再经伊藤引理对复合随机过程进行处理,即可模拟风速波动过程,使随机过程更为真实可靠。

2 考虑随机特性的有源配电系统建模

2.1 有源配电系统随机动态仿真模型

有源配电系统确定性动态仿真模型可通过如下微分-代数方程表征^[8]:

$$\begin{cases} \dot{x}=f(x,y) \\ g(x,y)=0 \end{cases} \quad (7)$$

式中: $f(\cdot)$ 为系统微分方程; $g(\cdot)$ 为系统代数方程;向量 x 代表系统中的状态变量,例如同步机功角、转速,电力电子装置控制变量等;向量 y 代表系统中的代数变量,例如电机转子电流,系统各节点电压幅值、相角等。

尽管式(7)所示的有源配电系统模型已经被广泛认可,并大量应用在配电系统动态仿真中,但是随着配电系统的日益复杂化,来自系统的随机扰动已不能忽视,需构建有源配电系统的随机动态仿真模型。为此,可通过下式对系统中随机扰动量进行建模:

$$\eta=\alpha(x,y,\eta)+\beta(x,y,\eta)\xi \quad (8)$$

式中:向量 η 代表系统中的随机扰动量,例如光辐照度、风速、温度等; ξ 代表高斯白噪声过程。

将式(7)与式(8)联立可得有源配电系统随机动态仿真模型^[8]:

$$\begin{cases} \dot{\eta}=\alpha(x,y,\eta)+\beta(x,y,\eta)\xi \\ \dot{x}=f(x,y,\eta,\dot{\eta}) \\ g(x,y,\eta)=0 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 分别为考虑随机特性的有源配电系统的微分和代数方程组。

2.2 光伏发电系统随机动态模型

在光伏发电系统中,光伏阵列作为一种直流电

源,通常需经电力电子装置将直流转化为交流后并网。在光伏阵列建模中,光辐照度的随机波动成为了仿真过程中的一种随机激励,影响着光伏发电系统的功率输出。

本文在单二极管模型光伏阵列中,以标准的 Wiener 过程模拟光辐照度的随机变化^[11],并对光生电流 I_{ph} 进行修正。因此,考虑光辐照度随机变化的光伏阵列模型可由下式表示:

$$\begin{cases} I = N_p I_{ph}(t) - N_p I_s e^{\frac{q}{AkT} \left(\frac{U}{N_s} + \frac{IR_s}{N_p} \right)^{-1} - \frac{N_p}{R_{sh}} \left(\frac{U}{N_s} + \frac{IR_s}{N_p} \right)} \\ I_{ph}(t) = \frac{S(t)}{S_{ref}} (I_{phref} + C_T (T - T_{ref})) \\ I_s = I_{sref} \left(\frac{T_{em}}{T_{ref}} \right)^3 e^{\frac{qE_g}{Ak} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T_{em}} \right)} \\ dS(t) = S_w dW(t) \end{cases} \quad (10)$$

式中: N_s 和 N_p 分别为串联和并联光伏电池数; R_s 和 R_{sh} 分别为串联和并联电阻值; q 为电子电量常量; k 为玻尔兹曼常量; A 为二极管特性拟合系数,取为 2; U 为光伏阵列输出电压; I 和 I_s 分别为光伏阵列输出电流和二极管饱和电流; T_{em} 和 T_{ref} 分别为光伏阵列工作绝对温度值和标准条件下电池的工作温度; $S(t)$ 和 S_{ref} 分别为实际光辐照度和标准条件下的光辐照度, $S(t_0) = S_0$; I_{phref} 和 I_{sref} 分别为标准条件光辐照度下的光生电流和二极管饱和电流; C_T 为温度系数,由厂家提供; E_g 为禁带宽度,与光伏电池材料有关; S_w 为扰动幅值系数。

2.3 风力发电系统随机动态模型

直驱风力发电系统中的发电机一般采用永磁同步电机,发电机通过背靠背换流器并网。其中,直驱风力发电系统的模型主要包括:空气动力系统模型、桨距控制模型、发电机轴系模型、发电机模型、换流器及其控制系统等。

其中,考虑风速随机波动特性的风力发电系统的随机动态模型与其确定性模型的区别主要体现在空气动力学系统的建模中。表现为风速 v 的波动导致空气动力学模型中风机功率 P_w 输出的变化,该模型可表示如下^[1]:

$$\begin{cases} P_w(t) = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 v^3(t) C_P(t) \\ C_P(t) = 0.5 \left(\frac{r C_f}{\psi(t)} - 0.022\theta - 2 \right) e^{-0.255 \frac{r C_f}{\psi(t)}} \\ \psi(t) = \frac{\omega_w(t) r}{v(t)} \end{cases} \quad (11)$$

式中: ρ 为空气密度; r 为风机叶片的半径; v 为叶尖来风速度; C_P 为风能转换效率,是叶尖速比 $\psi(t)$ 与

叶片桨距角 θ 的函数; C_f 为叶片设计参数; ω_w 为风机机械角速度。风机功率 P_w 与风速三次方、叶片面积等成正比; 风能转换效率 C_P 则是对变桨距风机中转换特性曲线的近似拟合。

本文采用经无记忆转化的具有 Weibull 分布特性的 Ornstein-Uhlenbeck(O-U)过程模拟风速的随机特性^[21]。该方法的优点在于充分考虑了风速的自相关性及边际分布特性。在风速随机模型求解前,采用伊藤引理对其进行处理。

风速的随机模型如下:

$$\begin{cases} d\eta(t) = -\alpha\eta(t)dt + \beta dW(t) \\ v(t) = h(\eta(t)) = F_w^{-1} \left(\Phi \left(\frac{\sqrt{2\alpha}\eta(t)}{\beta} \right) \right) \end{cases} \quad (12)$$

式中: 轨迹 $\eta(t)$ 为在时间段 $[0, T]$ 的 O-U 过程; $F_w(\cdot)$ 为 Weibull 累积分布函数,可用式(13)表示。

$$F_w(u) = 1 - e^{-\left(\frac{u}{\lambda}\right)^k} \quad (13)$$

式中: λ 和 k 分别为尺度参数和形状参数。

$\Phi(\cdot)$ 为标准高斯累积分布函数,可表示为:

$$\Phi(w) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{w}{\sqrt{2}} \right) \right) \quad (14)$$

式中: $\operatorname{erf}(\cdot)$ 为高斯误差函数,可用式(15)表示。

$$\operatorname{erf}(s) = \frac{2}{\pi} \int_0^s e^{-t^2} dt \quad (15)$$

伊藤引理处理过程如下:

$$\begin{cases} dv(t) = p(v(t))dt + q(v(t))dW(t) \\ p(v(t)) = -\alpha\eta(t) \frac{\partial h}{\partial \eta}(\eta(t)) + \frac{1}{2} \beta^2 \frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2}(\eta(t)) \\ q(v(t)) = \beta \frac{\partial h}{\partial \eta}(\eta(t)) \end{cases} \quad (16)$$

由此,通过式(16)可得具有 Weibull 分布特性的自相关的随机风速模型。

2.4 负荷随机动态模型

目前,O-U 过程已被应用到模拟负荷的随机波动过程中,这是由于该过程是一种均值回归过程,其指数自相关性使随机过程的方差不会随时间的演变而无限增长,可以有效表征负荷的波动过程。标准的 O-U 过程及期望值、方差可列写成下式:

$$\begin{cases} d\eta(t) = \theta(\mu - \eta(t))dt + \sigma dW(t) \\ E(\eta(t)) = \mu + (\eta(t_0) - \mu)e^{-\theta t} \\ \operatorname{var}(\eta(t)) = \frac{\sigma^2}{2\theta} (1 - e^{-2\theta t}) \end{cases} \quad (17)$$

式中: $E(\cdot)$ 和 $\operatorname{var}(\cdot)$ 分别代表期望和方差函数; θ, μ, σ 为随机过程参数,其中 θ 为均值回归速度,即 $\eta(t)$ 由初值演化为 μ 的速度, σ 为方差。可以看出

当 $t \rightarrow \infty$ 时, O-U 过程为满足 $N(\mu, \sigma^2/(2\theta))$ 正态分布的随机过程。

以 O-U 过程对负荷随机过程建模得到^[22]:

$$\begin{cases} P_L(t) = P_{L0} + \eta_P(t) \\ Q_L(t) = Q_{L0} + \eta_Q(t) \\ \eta_P(t) = \theta_P(\mu_P - \eta_P(t))dt + \sigma_P dW(t) \\ \eta_Q(t) = \theta_Q(\mu_Q - \eta_Q(t))dt + \sigma_Q dW(t) \end{cases} \quad (18)$$

式中: P_{L0} 和 Q_{L0} 分别为负荷有功功率和无功功率初值; $P_L(t)$ 和 $Q_L(t)$ 分别为 t 时刻的负荷有功功率和无功功率。

3 基于 SUNDIALS 的随机动态仿真方法

3.1 微分-代数方程系统求解器

SUNDIALS 是由美国的 Lawrence Livermore 国家实验室开发的一款求解常微分方程、微分-代数方程初值问题以及非线性系统方程的计算工具集^[16]。其内部求解器种类及功能如附录 A 表 A1 所示。其中, IDA 求解器在处理微分-代数方程系统时, 微分方程的差分化处理采用变阶、变系数的后向差分方法 (backward differentiation formula, BDF):

$$\sum_{i=0}^q \alpha_{n,i} \mathbf{x}_{n-i} = h \dot{\mathbf{x}}_n \quad (19)$$

式中: $\alpha_{n,i}$ 为第 n 步第 i 阶的方程系数, 该系数由阶数 q 和步长 h 决定。当 $q=1$ 时, 后向差分方法简化为后向欧拉法。

微分方程经后向差分方法差分处理后, 与代数方程联立, 得到一组非线性代数方程, 最后, IDA 求解器通过牛顿迭代方法进行求解。由此可知, IDA 求解器的求解方法是一种隐式联立求解形式。该算法不引入微分方程和代数方程的交接误差, 能够适应较长过程的动态仿真计算。因此, 本文选用 SUNDIALS 中的 IDA 求解器进行仿真计算。

3.2 基于 SUNDIALS 的随机动态仿真方法

3.2.1 基于 SUNDIALS 的随机微分-代数方程求解改进方法

SUNDIALS 计算工具集在求解常微分-代数方程组时具有计算效率高、数值稳定性好的特点, 然而在考虑具有随机特性的有源配电网动态仿真时, 配电系统满足一组随机微分-代数方程 (stochastic differential-algebraic equation, SDAE) 模型。单纯的 IDA 求解器并不能很好地处理此类问题。故本文提出一种基于 SUNDIALS 的 SDAE 求解改进方法, 其基本思想是: 在每一仿真步长 Δt 下, 针对随机扰动项模型采用 E-M 方法进行处理, 并将更新后

的随机扰动变量通过程序接口传输到确定性配电系统模型中, 通过 SUNDIALS 进行配电系统该步长下的仿真计算。方法的示意图如图 1 所示。

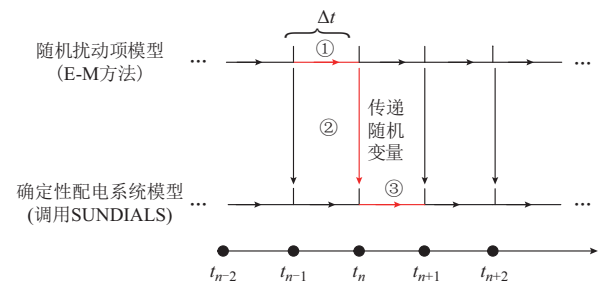


图 1 适用于 SDAE 求解的改进方法
Fig.1 Improved solving method for SDAE

仿真时间从 t_{n-1} 到 t_{n+1} , 在考虑随机特性的配电网动态仿真的一个计算步长中, 具有如下计算步骤。

步骤 1: 对描述配电系统随机扰动的随机微分方程积分 1 步, 仿真步长为 Δt , 由 η_{n-1} 得到 η_n 。其中, 采用 E-M 算法对模型中的随机微分方程进行求解, 如式 (20) 所示。

$$\eta_n = \eta_{n-1} + \alpha(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{y}_{n-1}, \eta_{n-1})\Delta t + \beta(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{y}_{n-1}, \eta_{n-1})\Delta W_{n-1} \quad (20)$$

步骤 2: 创建随机变量与有源配电系统确定性模型的数据传输通道, 传递变量 η_n 。

步骤 3: 调用 SUNDIALS 软件对更新后的有源配电系统模型积分 1 步, 由 $\mathbf{x}_n$ 和 $\mathbf{y}_n$ 得到 $\mathbf{x}_{n+1}$ 和 $\mathbf{y}_{n+1}$, 其中确定性配电系统模型采用隐式方法进行求解。

由图 1 可知, SDAE 改进求解算法在处理确定性配电系统模型时采用隐式方法, 而在确定性模型和随机扰动项模型之间采用交替迭代的方式进行求解。由于在动态仿真中, 有源配电系统刚性主要体现在确定性模型部分^[23], 为防止数值失稳, 选用隐式算法进行求解; 而对于随机扰动项模型, 其刚性较弱, E-M 方法相比于隐式方法, 求解速度快, 目前已成为随机扰动项模型求解的有效方法。将确定性模型与随机部分之间进行交替迭代求解, 既能在满足仿真精度的前提下, 提升仿真效率, 又能避免出现仿真过程中的数值失稳。

3.2.2 SDAE 求解改进方法的数值特性分析

在 SDAE 中, 算法的数值收敛性有如下定义^[24]。

令 $\eta_n, \mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n$ 为 t_n 时刻由 SDAE 数值积分算法得到的数值方程 (式 (9)) 的数值解, $\eta(t_n), \mathbf{x}(t_n), \mathbf{y}(t_n)$ 为准确解, 则称该算法为 τ 阶均方收敛的充要条件是存在一个常数 C , 使得

$$\max_{0 \leq n \leq N} \{ \|\eta_n - \eta(t_n)\|_{L^2} + \|x_n - x(t_n)\|_{L^2} + \|y_n - y(t_n)\|_{L^2} \} \leq C \Delta t^\tau \quad (21)$$

式中: Δt 为仿真步长且足够小, 且常数 C 不依赖于 Δt ; $\|\cdot\|_{L^2}$ 可表示为 $\|u\|_{L^2} = (E(u)^2)^{0.5}$, 详见文献[24]。

而在仿真算法均方收敛性测试过程中, 通常用式(22)表征算法的误差。

$$\epsilon = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M |\eta_{j,N} - \eta_j(t_N)|^2} + \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M |x_{j,N} - x_j(t_N)|^2} + \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M |y_{j,N} - y_j(t_N)|^2} \quad (22)$$

式中: M 为蒙特卡洛仿真次数; t_N 为仿真终止时刻; $\eta_{j,N}, x_{j,N}, y_{j,N}$ 为第 j 次仿真 t_N 时刻的数值解; $\eta_j(t_N), x_j(t_N), y_j(t_N)$ 为准确解。

由于 ϵ 可通过仿真得到, 因此可通过最小二乘拟合的方法求出式(21)为等式时的 τ 值, 即算法均方收敛阶数的估计值。

本节基于文献[25]的数值方法对本文算法的数值特性进行分析, 并以式(9)所示形式的 SDAE 作为测试方程, 如下式所示:

$$\begin{cases} d\eta(t) = \lambda\eta(t)dt + \mu\eta(t)dW(t) \\ dx(t) = \alpha x(t)dt + \beta y(t)dt + \gamma\eta(t)dt \\ 0 = mx(t) + ny(t) + c \\ \eta(t_0) = \eta_0 \\ x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad (23)$$

令 $\lambda=2, \alpha=-1, \mu=\beta=\gamma=m=n=1, c=-2$, $\eta_0=x_0=y_0=1$ 。仿真时间为 1 s, 蒙特卡洛仿真次数为 1 000。由于试验方程理论解无法显式求出, 本文以极小步长 $\Delta t=2^{-13}$ s 获得的解作为近似真解, 并分别采用 $\Delta t=2^{-5}, 2^{-6}, 2^{-7}, 2^{-8}, 2^{-9}$ s 这 5 种不同的仿真步长进行仿真。

通过最小二乘拟合的方法可求得本文方法均方收敛的估计值为 $\tau=0.5368$ 。而后经不同仿真步长的蒙特卡洛仿真采样即可得到本文方法均方收敛性误差与仿真步长在双对数坐标系中的关系, 如附录 B 图 B1 所示。图中, 红色虚线为 $\Delta t^{0.5}$ 取不同步长值时在双对数坐标系中的计算结果, 蓝色星线代表的仿真误差 ϵ 在不同步长下的蒙特卡洛仿真结果始终在 $\Delta t^{0.5}$ 上方, 且两条曲线基本平行, 继而满足式(21)所示的均方收敛性条件, 从而验证了估计值 τ 的准确性, 也说明本文方法在求解 SDAE 中具有

0.5 阶的均方收敛精度。此外, 采用蒙特卡洛仿真与最小二乘拟合分析的方法, 以式(9)所示形式的 SDAE 作为测试方程, 是判断 SDAE 求解方法精度的通用方法^[24-25]。本文的改进求解算法是一种求解 SDAE 的方法, 在求解过程中, 其具有的均方收敛性是方法本身的固有性质, 与 SDAE 的参数无关。因此, 当有源配电网的规模、拓扑结构、负荷情况、分布式电源情况等发生变化时, 本文方法仍具有 0.5 阶的均方收敛精度。

3.2.3 基于 SUNDIALS 的随机动态仿真流程

与确定性动态仿真不同, 有源配电系统随机动态仿真主要关注系统变量多条动态轨迹的统计特性。其中, 以蒙特卡洛仿真方法为代表的采样方法是基于随机微分方程的物理系统中最常用的计算方法之一。

由于蒙特卡洛仿真的准确性依赖于大量的仿真次数, 则势必会造成仿真效率的降低。因此, 有效地解决大量仿真次数所导致的时间增加成为提高整个程序计算性能的关键。根据蒙特卡洛仿真各过程相互独立的特性, 在硬件平台条件允许情况下, 可利用计算机的多核处理器承载指定次数的蒙特卡洛仿真任务, 有效减少仿真用时。基于此, 本文进一步阐述了基于 SUNDIALS 的有源配电系统随机动态仿真流程, 如图 2 所示。

4 算例测试与分析

本节采用中低压有源配电系统算例^[26]对基于 SUNDIALS 的随机动态并行仿真方法进行测试, 系统接线图见附录 B 图 B2。仿真测试的硬件平台为 Intel Xeon E5-2603 v3 CPU @ 1.60 GHz, 8 GB RAM 的 6 核 PC 机; 软件环境为 64 位 Windows 7 操作系统。

4.1 算例概况

算例分为中压网络和低压网络两个部分, 其中中压网络电压等级为 10 kV, 主馈线通过 10 kV/110 kV 变压器接至外部网络; 低压网络电压等级为 0.4 kV, 主馈线通过 0.4 kV/10 kV 的变压器连接至中压网络 M5 节点, 联络开关 S1 和 S2 闭合。另外, 配电系统采用三相对称线路与负荷, 并接入了风力、光伏发电系统。具体参数详见附录 A 表 A2。

4.2 仿真结果验证与分析

为说明本文算法的正确性以及配电系统随机特性对系统变量的影响, 本文构建 2 种仿真场景进行讨论: ①在不考虑配电系统随机特性的情况下, 进行配电网确定性动态仿真, 并将 SUNDIALS 与商业

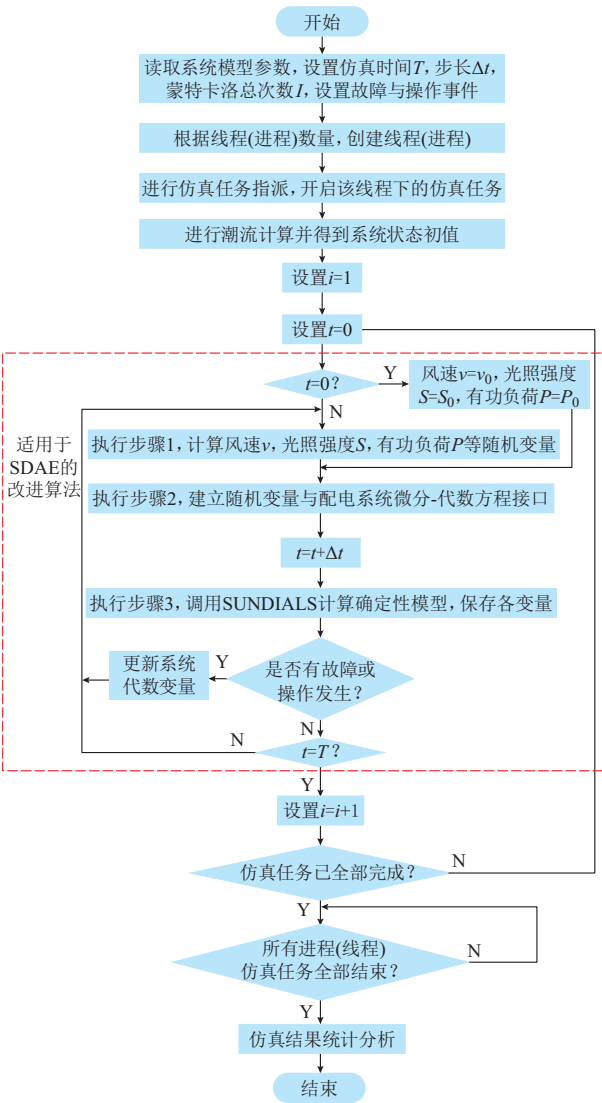


图 2 基于 SUNDIALS 的随机动态仿真方法流程
Fig.2 Flow chart of proposed stochastic dynamic simulation algorithm based on SUNDIALS

电力系统仿真软件 DIgSILENT/PowerFactory^[27] 仿真结果进行对比;②在仿真场景 1 的基础上考虑风速、光辐照度、负荷随机波动特性,并对有源配电系统变量的变化情况进行统计分析。

4.2.1 算例测试 1

在不考虑有源配电系统随机特性的情况下,设置仿真时间 5 s,仿真步长为 2 ms,0.9 s 时 M6 母线发生三相经小电阻接地短路故障,其中短路电阻为 2 Ω,1.0 s 时刻故障清除。

风力发电系统 1 的有功功率输出如附录 B 图 B3 所示。从图中可以看出,在不考虑有源配电系统随机性时,分别利用商业仿真软件 DIgSILENT 以及 SUNDIALS 对这一算例系统进行确定性动态仿真。与风力发电系统 1 的有功出力结果对比

可知,黑色虚线代表的 DIgSILENT 仿真轨迹与红色实线表示的 SUNDIALS 仿真轨迹基本重合,说明 SUNDIALS 能够准确求解确定性仿真任务。

4.2.2 算例测试 2

为更好说明分布式电源与负荷波动的随机特性对系统变量的影响,本节进行了考虑风速、光辐照度、负荷随机波动情况下的母线接地短路故障测试。仿真时间、步长、故障情况与仿真场景 1 相同,蒙特卡洛仿真次数为 400。其中,随机过程参数以文献 [21-22] 中随机数据为基础并结合本文算例产生,具体参数详见附录 A 表 A3、表 A4 和表 A5。

为证明本文算法在有源配电系统随机动态仿真中的正确性,模拟相同随机过程增量,便可将 MatDyn 的结果与本文方法进行对比,如附录 B 图 B4 所示。从图中可知,在考虑配电系统随机特性时,本文方法与 MatDyn 得到的光伏发电系统 1 有功功率单轨迹拟合情况良好。其中,轨迹的相对误差小于 10⁻⁵,说明基于 SUNDIALS 的并行仿真方法能够有效地处理有源配电系统随机动态仿真问题。另外,当采用确定性仿真方法时,在系统动态过程中,无法体现出系统变量运行过程中的随机特性。

经 400 次蒙特卡洛仿真,选取风机、光伏阵列出力图像进行分析,仿真轨迹如附录 B 图 B5 所示。由于系统发生母线接地短路故障,各节点电压会在故障期间发生瞬时跌落。各分布式电源输出有功功率会出现振荡,经控制策略调节后,恢复控制参考值。由此可知:①由于分布式发电系统运行过程中的随机激励以及故障的影响,分布式电源出力会出现明显的波动,在故障清除后,有功输出会由于随机激励的影响,出现随机波动;②对 400 次蒙特卡洛仿真的轨迹曲线进行统计,其轨迹均值与确定性仿真轨迹拟合情况良好,这也说明随机动态仿真在体现系统随机过程真实性的同时,也保持了与确定性仿真相同的准确性。

此外,由于有源配电系统中的分布式电源、负荷随时间波动的随机特性,会导致网络中节点电压的波动,并可能导致保护装置的误动作。其中主要表现之一为高压侧的随机特性对低压侧的安全可靠运行带来了影响。故本文在只考虑风力发电系统、中压负荷的随机特性情况下进行故障测试,选取低压网络中的 L10 号母线电压故障前后的电压越限情况进行分析,统计图 3 故障前后出现电压越限 ($U_{\min}=0.95$ (标么值))的随机轨迹个数,结果如表 1 所示。

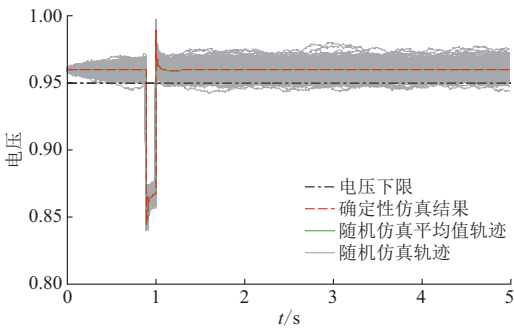


图 3 母线 L10 电压随机动态仿真结果
Fig.3 Stochastic dynamic simulation results of voltages at bus L10

表 1 电压越限轨迹数统计结果
Table 1 Statistical results of over-limited voltage trajectories

仿真方法	电压越限	仿真次数	越限轨迹数	占比/%
确定性动态仿真	否	1	0	0
随机性动态仿真	是	400	23	5.75

在采用确定性仿真方法时,其仿真结果不存在电压越限情况;而在随机动态仿真过程中,L10 号母线电压越限概率为 5.75%。可以看出,中压侧分布式电源、负荷的随机特性会直接导致低压侧的节点电压波动,更有一定的概率使低压母线电压越限,并可能导致保护装置的误动作,影响配用电侧的安全可靠运行。采用确定性仿真方法,其仿真结果较随机仿真的结果偏保守,而随机仿真则可以更加真实地反映系统的实际运行情况。

由于分布式电源出力的随机特性,即使在稳态时,网络各节点电压幅值也将出现一定程度的波动,因此也将会存在一定的电压越限概率。在稳态下,分析分布式电源及负荷随机特性导致的电压波动,主要研究手段包括分布式电源、负荷的随机建模以及潮流分析^[28],其仅能对有源配电系统在随机扰动下的稳态运行情况进行分析,无法考虑故障或扰动后对系统动态特性的影响。而本文方法能够有效反映随机扰动下故障前后系统中各电气量的动态响应特性,可以为工程实际应用过程中制定更为合理的规划方案或运行策略提供参考。

本文分别在 $\Delta t=1,2,5$ ms 这 3 种不同仿真步长下,对不同仿真方法进行测试,其中 L10 号母线电压的仿真结果见附录 B 图 B5,由该图可知,在 $\Delta t=1,2$ ms 时,本文算法与 MatDyn 仿真轨迹拟合良好,说明本文算法满足了仿真所需的数值精度,然而在仿真实常步长 $\Delta t=5$ ms 下,本文方法能够进行仿真计算,而 MatDyn 会出现数值失稳,无法完成仿真任务。此外,对不同仿真方法的效率进行比较(见表 2),得到了本文方法与 MatDyn 仿真工具相

比,仿真的计算效率得到了提高的结论。

表 2 不同仿真方法效率比较
Table 2 Comparison of computation efficiency of different methods

仿真算法	仿真时长/s	仿真用时/s		
		$\Delta t=1$ ms	$\Delta t=2$ ms	$\Delta t=5$ ms
MatDyn	5	20.21	10.23	数值失稳
本文方法	5	15.21	8.51	4.23

由于蒙特卡洛仿真的准确性依赖于大量的仿真次数,为改善仿真效率低下的问题,在硬件平台条件下,可应用并行计算策略进行求解,以最大限度利用多核 CPU 的硬件计算资源。通过并行计算与串行计算的效率比较(见附录 A 表 A6)可知:在仿真次数相同时,在 6 核 CPU 处理器的硬件平台下进行仿真计算,效率提高了 5.66 倍。

5 结语

随着智能配电系统的不断发展,大量分布式发电系统接入网络,光伏、风力发电系统随光辐照度、风速的波动而导致的出力随机性与波动及用电负荷具有的随机特性对有源配电网的稳定运行和控制带来了新的挑战。基于 SUNDIALS 的随机动态仿真方法能够有效反映分布式电源、负荷等随机扰动影响下的系统运行特性。本文针对有源配电系统的随机动态仿真模型,基于 SUNDIALS 提出适用于 SDAE 求解的改进方法,此外,针对蒙特卡洛仿真特性,在硬件平台允许下,可应用并行计算策略进行求解,最大限度利用多核 CPU 的硬件计算资源,在满足仿真的数值精度的同时,提高了仿真效率。在中低压有源配电网算例背景下,将确定性仿真结果与本文所提方法进行对比,通过仿真结果得出结论:系统变量的随机轨迹均值与确定性仿真轨迹拟合情况良好,随机动态仿真在体现系统随机过程真实性的同时,也保持了与确定性仿真相同的准确性。与确定性仿真方法相比,其仿真结果更为真实,在实际工程应用过程中易得出较为合理的规划方案或运行策略。

需要说明的是,在考虑有源配电系统动态过程中分布式电源与负荷随机扰动的前提下,本文采用固定步长进行仿真计算,这制约着仿真效率的进一步提升。因此,在满足动态仿真精度与数值稳定性的前提下,综合考虑初始状态与动态过程的分布式电源及负荷随机建模,并采用变步长方法优化仿真算法将是下一步的研究目标。

附录见本刊网络版 (<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>)。

参考文献

[1] 王成山.微电网分析与仿真理论[M].北京:科学出版社,2014: 13-61.

[2] CHOWDHURY S, CROSSLEY P. Microgrids and active distribution networks[M]. London, UK: IET Press, 2009: 1-12.

[3] 周明,元博,张小平,等.基于 SDE 的含风电电力系统随机小干扰稳定分析[J].中国电机工程学报,2014,34(10):1575-1582.

ZHOU Ming, YUAN Bo, ZHANG Xiaoping, et al. Stochastic small signal stability analysis of wind power integrated power systems based on stochastic differential equations [J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(10): 1575-1582.

[4] SEYDEL R U. Tools for computational finance[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag Press, 2006: 20-25.

[5] PROTTER P E. Stochastic integration and differential equations [M]. 2nd ed. New York, USA: Springer Press, 2004: 15-17.

[6] 周海强,鞠平,薛禹胜,等.基于拟哈密顿理论的随机电力系统暂态稳定性分析[J].电力系统自动化,2016,40(19):9-14.DOI: 10.7500/AEPS20150920001.

ZHOU Haiqiang, JU Ping, XUE Yusheng, et al. Transient stability analysis of stochastic power system based on quasi-hamiltonian system theory[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(19): 9-14. DOI: 10.7500/AEPS20150920001.

[7] 王豹,徐箭,孙元章,等.基于通用分布的含风电电力系统随机动态经济调度[J].电力系统自动化,2016,40(6):17-24.DOI: 10.7500/AEPS20150807004.

WANG Bao, XU Jian, SUN Yuanzhang, et al. Stochastic dynamic economic dispatch of power systems considering wind power based on versatile probability distribution[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(6): 17-24. DOI: 10.7500/AEPS20150807004.

[8] MILANO F, ZARATE-MINANO R. A systematic method to model power systems as stochastic differential algebraic equations[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2013, 28(4): 4537-4544.

[9] HIRPARA R H, SHARMA S N. An Ornstein-Uhlenbeck process-driven power system dynamics [J]. IFAC-PapersOnLine, 2015, 48(30): 409-414.

[10] GILVANEJAD M, ASKARIAN ABYANEH H, et al. Estimation of the overload-related outages in distribution networks considering the random nature of the electrical loads [J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2013, 7(8): 855-865.

[11] 郑伟,熊小伏.基于 Wiener 模型的光伏并网逆变器模型辨识方法[J].中国电机工程学报,2013,33(36):18-26.

ZHENG Wei, XIONG Xiaofu. A model identification method for photovoltaic grid-connected inverters based on the Wiener model[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(36): 18-26.

[12] WU W, WANG K, LI G, et al. A stochastic model for power system transient stability with wind power[C]// Proceedings of 2014 IEEE Power Engineering Society General Meeting, July 27-31, 2014, Washington, USA: 1-5.

[13] MOONEY C Z. Monte Carlo simulation[M]. Thousand Oaks, California: Sage Publications, 1997: 20-21.

[14] MILANO F. An open source power system analysis toolbox [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2005, 20(3): 1199-1206.

[15] COLE S, BELMANS R. MatDyn, a new MATLAB-based

toolbox for power system dynamic simulation[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2011, 26(3): 1129-1136.

[16] HINDMARSH A C, BROWN P N, GRANT K E, et al. SUNDIALS: suite of nonlinear and differential-algebraic equation solvers [J]. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), 2005, 31(3): 363-396.

[17] VALAŠKEVIČIUS Š, KRILAVIČIUS T. Simulation tool for hybrid process algebras[C]// Proceedings of the 15th Master and PhD Conference on Information Society and University Studies, May 13-14, 2010, Kaunas, Lithuania: 175-180.

[18] MAN K L, KRILAVICIUS T, VALASKEVICIUS S, et al. Bhavetoolset: modeling and analysis of electronic system design and system control [J]. Engineering Letters, 2010, 18(3): 250-259.

[19] MAO X. Stochastic differential equation and applications [M]. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2007: 25-35.

[20] HOWARD R M. Principles of random signal analysis and low noise design: the power spectral density and its applications [M]. New Jersey, USA: Wiley-IEEE Press, 2009: 206-228.

[21] ZÁRATE-MINANO R, ANGHEL M, MILANO F. Continuous wind speed models based on stochastic differential equations[J]. Applied Energy, 2013, 104: 42-49.

[22] PERNINGE M, SÖDER L. Risk estimation of the distance to voltage instability using a second order approximation of the saddle-node bifurcation surface[J]. Electric Power Systems Research, 2011, 81(2): 625-635.

[23] 彭克.微网稳定性仿真系统开发中的若干问题研究[D].天津: 天津大学,2012.

[24] 覃婷婷.几类随机与延迟动力学系统的单步离散法[D].武汉: 华中科技大学,2010.

[25] HIGHAM D J. An algorithmic introduction to numerical simulation of stochastic differential equations [J]. SIAM Review, 2001, 43(3): 525-546.

[26] 彭克,王成山,李琰,等.典型中低压微电网算例系统设计[J].电力系统自动化,2011,35(18):31-35.

PENG Ke, WANG Chengshan, LI Yan, et al. Design of a typical medium-low voltage microgrid network[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35(18): 31-35.

[27] DiGSILENT GmbH. DiGSILENT PowerFactory V15.0 BETA: user manual[R]. Germany: DiGSILENT GmbH, 2012.

[28] ZHAO Zhuoli, YANG Ping, TIMOTHY C. Green, et al. Steady-state voltage stability analysis and improvement strategies of microgrid with double fed induction wind generator [C]// 2015 18th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), October 25-28, 2015, Pattaya City, Thailand: 1063-1068.

赵金利(1979—),女,副教授,主要研究方向:电力系统安全性与稳定性。E-mail: jlzhaot@tju.edu.cn

范朕宁(1992—),男,硕士研究生,主要研究方向:有源配电系统动态仿真。E-mail: fanzhenning@tju.edu.cn

李 鹏(1981—),男,通信作者,副教授,主要研究方向:电力系统电磁暂态仿真与分布式发电技术。E-mail: lip@tju.edu.cn

(编辑 蔡静雯)

(下转第 91 页 continued on page 91)

SUNDIALS Based Stochastic Dynamic Simulation Method of Active Distribution Networks

ZHAO Jinli¹, FAN Zhenning¹, LI Peng¹, YUAN Kai², WANG Chengshan¹

(1. Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education (Tianjin University), Tianjin 300072, China;

2. State Power Economic Research Institute, Beijing 102209, China)

Abstract: With the increasing penetration of distributed generators (DGs) and demand for electricity, the security and stability of distribution networks is facing new challenges due to the randomness of DGs and loads. A dynamic simulation method taking the stochastic disturbance influence into account is proposed for active distribution networks (ADNs). Firstly, stochastic models of the irradiance, wind speed and load fluctuations are developed to simulate the stochastic characteristics of DGs and loads. Then, a stochastic dynamic simulation method based on SUNDIALS is proposed. Finally, case studies based on a medium and low voltage ADN are performed to verify the proposed method. Compared with the deterministic simulation methods, the proposed method based on SUNDIALS and the parallel algorithm is better able to reflect the stochastic characteristics of ADNs while meeting the requirements of high simulation accuracy.

This work is supported by State Grid Corporation of China.

Key words: stochastic dynamic simulation; stochastic differential equation (SDE); SUNDIALS; parallel algorithm; active distribution network (ADN)